



## Associação entre variáveis qualitativas

### O Paradoxo de Simpson

A leitura das percentagens de uma tabela de contingência que relaciona duas variáveis qualitativas pode, por vezes, conduzir a resultados surpreendentes..

Por: Maria Eugénia Graça Martins

Departamento de Estatística e Investigação Operacional da FCUL

megm@fc.ul.pt

A leitura das percentagens de uma tabela de contingência que relaciona duas variáveis qualitativas pode, por vezes, conduzir a resultados surpreendentes. Vejamos alguns exemplos:

**Exemplo - Discriminação sexual contra as mulheres** – Uma Universidade abriu concurso para preenchimento de vagas em dois cursos, um de Engenharia Civil e outro de Engenharia Informática. Candidataram-se 80 homens e 60 mulheres, tendo sido admitidos 35 homens e 20 mulheres, isto é 44% dos homens que se candidataram foram admitidos, enquanto que esta percentagem foi só de cerca de 33% para as mulheres:

	Homens	Mulheres
Admitidos	35	20
Não admitidos	45	40
	80	60

Será que as mulheres foram discriminadas neste processo de selecção? Tudo leva a crer que sim, tendo em conta os dados apresentados!

A Universidade foi efectivamente acusada, mas argumentou que embora as percentagens anteriores estejam correctas, não se verificou nenhum processo de discriminação. Senão vejamos as novas tabelas apresentadas, tendo em conta os dois cursos em causa:

	Eng. Civil		Eng. Inf.	
	Homens	Mulheres	Homens	Mulheres
Admitidos	30	10	5	10
Não admitidos	30	10	15	30
	60	20	20	40



Repare-se que a percentagem de admitidos em Engenharia Civil e Engenharia Informática é igual para os homens e para as mulheres. No caso de Engenharia Civil, foram admitidos metade dos candidatos, enquanto que no caso de Engenharia Informática foram admitidos 25% dos candidatos.

Vejamos ainda outro exemplo que trata do problema da discriminação (aparente) contra as mulheres.

**Exemplo – Discriminação sexual contra as mulheres** (Statistics, 1991) – Foi realizado um estudo sobre admissão de candidatos na Universidade da Califórnia, tendo-se verificado que durante o período envolvido no estudo se candidataram 8442 homens e 4321 mulheres, tendo sido admitidos cerca de 44% dos homens e 35% das mulheres. Haverá discriminação sexual contra as mulheres? Admitindo que à partida não há razão para diferenciar profissionalmente os candidatos quanto ao sexo, os resultados obtidos mostram uma preferência dos supervisores, encarregados da selecção, pelo sexo masculino. Será verdade? Embora na admissão do pessoal estivessem envolvidos mais de 100 supervisores, vamos ver em particular o que se passou com os 6 supervisores que seleccionaram mais pessoal, seleccionando cerca de um terço dos candidatos:

Supervisor	Homens		Mulheres	
	Número Candidatos	% admitidos	Número Candidatos	% admitidos
A	825	62	108	82
B	560	63	25	68
C	325	37	593	34
D	417	33	375	35
E	191	28	393	24
F	373	6	341	7

Para cada supervisor, a percentagem de mulheres admitidas é sensivelmente igual à percentagem de homens admitidos, excepto para o supervisor A, que parece ter uma discriminação contra os homens! A maior diferença a favor dos homens verifica-se para o supervisor E e é unicamente de 4 pontos percentuais. Contudo, quando se considera na globalidade o conjunto de admitidos verifica-se que para os homens a percentagem é de cerca de 44% enquanto que para as mulheres é de cerca de 30%. Como explicar esta diferença de 14%? Esta situação é paradoxal, mas tem uma explicação:

1. Os dois primeiros supervisores eram mais permissivos e tiveram a candidatura de cerca de 50% dos homens.
2. Os outros quatro supervisores eram mais rígidos e tiveram a candidatura de cerca de 90% das mulheres.

Assim, os homens candidataram-se aos supervisores onde era mais fácil de entrar, enquanto que as mulheres fizeram o contrário. Existe aqui o efeito devido à escolha do supervisor que provoca uma interpretação enganadora quanto à variável sexo. No exemplo anterior passou-se uma situação do mesmo tipo. No curso de Engenharia Informática era mais difícil de entrar e foi precisamente a esse curso que se candidataram mais mulheres. Esta situação é conhecida como o paradoxo de Simpson.

**Paradoxo de Simpson** - O paradoxo de Simpson diz respeito à inversão da direcção de uma associação, quando os dados referentes a vários grupos são combinados para formarem um único grupo.

Para alguns números, podemos ter

$$\frac{a}{b} < \frac{A}{B} \quad \text{e} \quad \frac{a+c}{b+d} > \frac{A+C}{B+D}$$

$$\frac{c}{d} < \frac{C}{D}$$



Apresentamos de seguida mais alguns exemplos deste fenómeno, em que a relação observada entre duas variáveis é, muitas vezes, influenciada por outras variáveis que não medimos, ou que até não suspeitamos existirem, a que chamamos “*lurking variables*”.

**Exemplo – Qual a clínica que escolheria?** - Na sua cidade há duas clínicas A e B. O ministério da Saúde pretende tomar uma decisão de escolher uma destas clínicas para fazer parte do plano de saúde pública, pelo que fez um estudo sobre o sucesso em 5 tipos de operações realizadas nestas clínicas:

Tipo operação	Clínica A			Clínica B		
	Nº operações	Nº bem suc.	% sucesso	Nº operações	Nº bem suc.	% sucesso
A	359	292	.81	88	70	.80
B	1836	1449	.79	514	391	.76
C	299	178	.60	222	113	.51
D	2086	434	.21	86	12	.14
E	149	13	.09	45	2	.04
Total	4729	2366	.50	955	588	.62

Repare que em todos os tipos de operações a clínica A tem maior sucesso, ainda que na globalidade a clínica B tenha uma maior percentagem de sucesso (62% contra 50%). Qual das clínicas escolheria?

**Exemplo – Fumar faz bem?** (Appleton, D. R. et al, 1966) – Entre 1972 e 1974 foi conduzido um estudo clínico em Wichham, numa região mista rural e urbana, perto de Newcastle, no Reino Unido. Este estudo incidia fundamentalmente sobre doenças da tiróide e doenças cardíacas. Vinte anos mais tarde foi feito um “follow-up” sobre os inquiridos, apresentando-se a seguir uma tabela com alguns resultados sobre as mulheres na classe etária dos 55 aos 74 anos, incluídas no estudo:

	Mortas	Vivas
Fumadoras	80 (53%)	71 (47%)
Não fumadoras	141 (56%)	109 (44%)

Estes resultados são surpreendentes, pois a taxa de morte nas fumadoras (53%=80/151) é inferior à taxa de morte nas não fumadoras (56,4%=141/250)!

Será que fumar prolonga a vida? Vejamos o que se passa desagregando a classe etária considerada, nas classes 55 – 64 e 65 – 74:

	Idade 55-64		Idade 65-74	
	Mortas	Vivas	Mortas	Vivas
Fumadoras	51 (44%)	64 (56%)	29 (80%)	7 (20%)
Não fumadoras	40 (33%)	81 (67%)	101 (78%)	28 (22%)

Afinal a percentagem de mortes é superior entre as fumadoras para ambas as classes etárias, como estaríamos à espera. Mais uma vez, quando desagregámos os dados, neste caso pela variável idade, verificou-se uma inversão na direcção da associação entre as variáveis em estudo.

**Exemplo - Um problema de saúde pública** (Tradução livre de um exemplo retirado do endereço [www.cawtech.freeseve.co.uk/Simpsons.2.html](http://www.cawtech.freeseve.co.uk/Simpsons.2.html) - **NOTA:** este link foi desativado) O responsável pelo Departamento de Saúde (DS) de determinada região está a braços com um grave problema, que diz respeito a uma doença, conhecida como doença de Grott, frequentemente fatal, mas para a qual não existia, até à data tratamento. Acontece que chegou a informação que teria sido descoberto um tratamento para a dita doença, havendo até pessoas que já o tomavam, acreditando na sua eficácia. O responsável do DS decidiu encomendar um estudo, cujos resultados foram os seguintes:



	Não tratamento	Tratamento
Vivas	108	153
Mortas	123	120

Afinal o tratamento é útil, concluiu a comissão encarregada do estudo. Os dados indicam que a percentagem de pessoas vivas que fizeram o tratamento é de 56% (=153/273), superior à das pessoas vivas que não fizeram o tratamento, que é só de 46,7% (=108/231).

Conclusão: *Embora não sejam uns resultados espectaculares, vale a pena investir, apesar do tratamento ser bastante caro*, pensou o responsável pelo Departamento de Saúde.

Qual não foi a surpresa deste senhor, quando recebeu uma comissão de mulheres, colocando reticências ao investimento em causa, já que alegavam que o tratamento só beneficiaria os homens, uma vez que tinham verificado o que se passava com os dados referentes às mulheres e estes indicavam até uma diminuição ligeira na percentagem de mulheres vivas, objecto do tratamento:

	Mulheres	
	Não tratamento	Tratamento
Vivas	57	32
Mortas	100	57

Efectivamente a percentagem de mulheres vivas de entre as que não fizeram o tratamento é de 36,3%, enquanto que para as que fizeram o tratamento é de 36%! Esperávia-se assim que os homens fossem largamente beneficiados, tendo em conta os dados da primeira tabela apresentada. Qual não foi o espanto, quando verificaram que, afinal, o tratamento também não beneficiava os homens:

	Homens	
	Não tratamento	Tratamento
Vivos	51	121
Mortos	23	63

É mesmo verdade que o tratamento não é benéfico para o sexo masculino, já que a percentagem de homens vivos sem tratamento é de 69% (=51/74), contra os 66% (= 121/184) dos que fizeram tratamento.

Conclusão: *O tratamento é prejudicial tanto para os homens, como para as mulheres, embora seja benéfico para o pessoal em geral!*

Estava ainda o responsável do DS atarantado com estas conclusões, a reflectir sobre o que fazer, quando recebe a informação de que o marido da sua secretária tinha morrido com a doença de Grott. Não havia nada a fazer, era uma pessoa com a tensão arterial muito alta. Como se pode comprovar pelos dados seguintes, o tratamento em estudo tem um interesse limitado para os indivíduos de tensão alta, pois não consegue sequer uma percentagem de 50% de cura:

	Homens tensão alta	
	Não tratamento	Tratamento
Vivos	4	51
Mortos	6	57

Repare que a percentagem de vivos é de 40% (=4/10) para os que não seguiram o tratamento, contra 47% (=51/108) para os que seguiram o tratamento.



Já agora, o que se passará com os de tensão normal ou baixa? Vejamos os dados:

	Homens tensão normal ou baixa	
	Não tratamento	Tratamento
Vivos	47	70
Mortos	17	6

Também para estes é benéfico pois a percentagem de vivos é de 92% (=70/76).

Conclusão: *O tratamento é prejudicial aos homens, mas é benéfico para os que têm a tensão alta e para os que têm a tensão normal ou baixa é uma autêntica salvação!*

Ainda podemos aumentar a perplexidade do responsável do Departamento de Saúde se considerarmos as mulheres divididas em dois grupos, as jovens e as menos jovens:

	Mulheres jovens		Mulheres menos jovens	
	Não tratamento	Tratamento	Não tratamento	Tratamento
Vivos	49	25	8	7
Mortos	19	8	81	49

Conclusão: Vimos anteriormente que o tratamento não era benéfico para as mulheres, mas agora concluímos que é benéfico para as mulheres jovens, pois 76% (=25/33) das que receberam tratamento estão vivas, contra 72% (=49/68) das que não receberam tratamento.

Depois disto o responsável pelo Departamento de Saúde meteu atestado médico.

Atenção – Quando se calculam proporções ou percentagens entre diferentes grupos, é necessário certificarmo-nos de que os grupos são comparáveis. Este problema do paradoxo de Simpson, foi assim denominado depois que o estatístico Simpson, num seminário em 1951, apresentou algumas fracções com propriedades surpreendentes e que são contrárias à intuição. Quando estamos a comparar duas variáveis, para as quais é possível estar associada uma terceira variável, a comparação deve ser feita para cada nível ou modalidade desta terceira variável, pois quando se comparam os dados para todos os níveis em conjunto, a direcção da associação pode vir invertida.

Exemplo interessante em <https://towardsdatascience.com/simpsons-paradox-and-interpreting-data-6a0443516765>

